

# **ESTUDO PARAMÉTRICO DAS PROPRIEDADES DE RESISTÊNCIA À FRATURA DA ROCHA NO PROCESSO DE FRATURAMENTO HIDRÁULICO DE POÇOS VERTICAIS VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**

**Aluno: Thiago Carvalho Rodriguez**

**Orientadora: Deane de Mesquita Roehl**

**Co-orientador: Eulher Chaves Carvalho**

## **Introdução**

A técnica de fraturamento hidráulico tem sido empregada na estimulação de reservatórios, tanto para maximizar a produção de óleo e/ou gás, quanto para estender a vida útil do mesmo [3]. Nesse processo, um fluido de fraturamento é bombeado sob altas pressões a uma determinada profundidade do poço, induzindo à formação de uma fratura no meio rochoso poroso e aumentando a permeabilidade do mesmo.

Num projeto de fraturamento hidráulico, a previsão das dimensões finais da fratura bem como das pressões de quebra, de fundo de poço e de propagação são indispensáveis para a análise da viabilidade do processo. A boa precisão desses resultados depende, além do método escolhido para análise, do conhecimento das tensões in-situ da formação geológica, das propriedades das rochas e do fluido de fraturamento [3].

Com relação à caracterização das rochas, as propriedades de resistência à fratura são particularmente de difícil estimativa, devido à escassez de amostras intactas de camadas geológicas em grandes profundidades e à própria variabilidade do material geológico.

Quanto aos métodos de análise, diversas abordagens empíricas, analíticas e semi-analíticas podem ser empregadas em casos que o problema pode ser simplificado para um número reduzido de camadas sob condições de contorno e carregamento específicos [3]. Para simulações mais complexas são empregados métodos numéricos, como o Método dos Elementos Finitos [2,4].

Esse trabalho investiga a influência dos parâmetros de resistência à fratura do material rochoso na simulação de fraturamento hidráulico em poços verticais. Através de simulações acopladas bidimensionais pelo Método dos Elementos Finitos, foi realizado um estudo paramétrico para avaliar a influência da tensão de ruptura à tração e da tenacidade da rocha da região de interesse no processo de fraturamento hidráulico. Para cada simulação, são apresentados resultados de espessura e altura da fratura induzida, pressão de quebra, pressão de fundo de poço e pressão de propagação.

Todavia, este trabalho tem como principal objetivo estudar a influência das propriedades de resistência à fratura, ou seja, tensão máxima de tração ( $\sigma_{\text{máx}}$ ) e tenacidade ( $K_{\text{IC}}$ ), no fraturamento hidráulico de poços verticais, utilizando o método dos elementos finitos.

## **Fraturamento hidráulico em um poço**

Consideremos um poço vertical não revestido (ou um poço aberto) sob a ação de tensões horizontais in-situ  $\sigma_{h1}$  e  $\sigma_{h2}$  conforme mostrado na Figura 1. Assumimos que a rocha é um meio elástico e tem uma tensão de ruptura à tração  $\sigma_{\text{máx}}$ , denominada resistência à tração. A pressão de quebra ( $P_b$ ) necessária para introduzir uma fratura na parede de um poço pode ser calculada com base na Teoria da Elasticidade [8], obtendo-se:

$$P_b = 3\sigma_{h2} - \sigma_{h1} + \sigma_{max} \quad (1)$$

Onde:  $\sigma_{h1}$  = tensão in-situ horizontal máxima;  
 $\sigma_{h2}$  = tensão in-situ horizontal mínima;  
 $\sigma_{max}$  = tensão de ruptura da rocha à tração.

A fratura induzida hidraulicamente é uma fratura vertical, e o plano de fratura é perpendicular à mínima tensão horizontal in-situ  $\sigma_{h2}$  conforme mostrado. Note que a equação acima independe das dimensões do poço e dos módulos elásticos do meio rochoso. A equação acima mostra que a pressão de quebra tem que principalmente superar a tensão compressiva que atua na parede do poço, produzida pelas tensões in-situ [12].

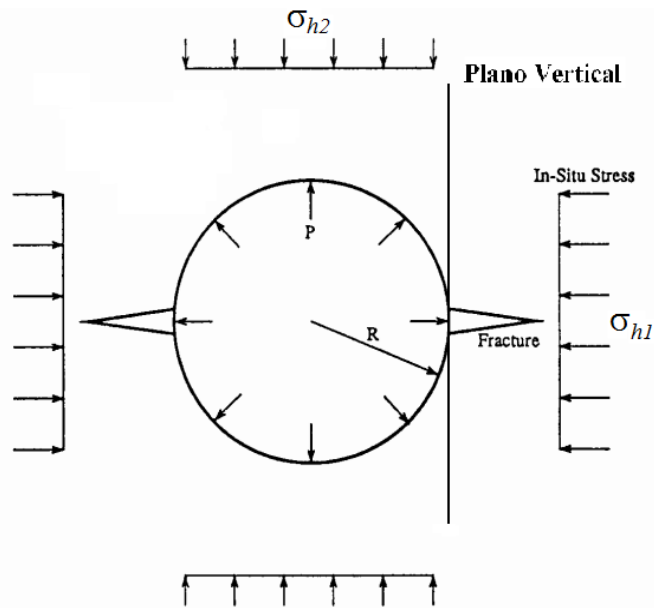


Figura (1) – Seção horizontal de poço vertical sob ação de tensões in-situ e pressões.

A fratura hidráulica induzida no poço se propaga pelo reservatório enquanto o bombeio for mantido. Um típico registro de pressão de fundo (ou seja, a pressão medida no interior do poço, próximo à entrada da fratura) é mostrado na Figura 2. Verifica-se que a pressão aplicada no poço primeiramente supera a pressão do reservatório (ou pressão de poros), e então ultrapassa a tensão compressiva alojada na parede do poço, causando tração na superfície. Quando esta tensão superficial supera a resistência à tração da rocha, uma fratura é iniciada. Esta fratura se propaga hidraulicamente pelo reservatório conforme o bombeio é mantido, e, ao mesmo tempo, parte do fluido de fraturamento é perdido para o meio rochoso circundante por filtração. É importante observar que a abertura da fratura é mantida pela diferença entre a pressão líquida (pressão do fluido menos a pressão do reservatório) e a tensão horizontal mínima efetiva, enquanto que a taxa de filtração pela superfície da fratura é causada somente pela pressão líquida.

Ainda com referencia a Figura 2, a máxima pressão atingida no início do tratamento é a pressão inicial de quebra  $P_b$ . A pressão cai, fato esse nem sempre registrado no campo, quando a fratura se inicia na parede do poço. A porção quase constante da curva de pressão é a pressão de propagação  $P_{prog}$ . Esta pressão causa a propagação da fratura hidráulica pelo reservatório. Quando o bombeio é interrompido, a pressão cai subitamente para um valor inferior, e continua a descer vagarosamente devido à filtração até atingir o valor da pressão do reservatório, conforme mostrado na figura abaixo [12].

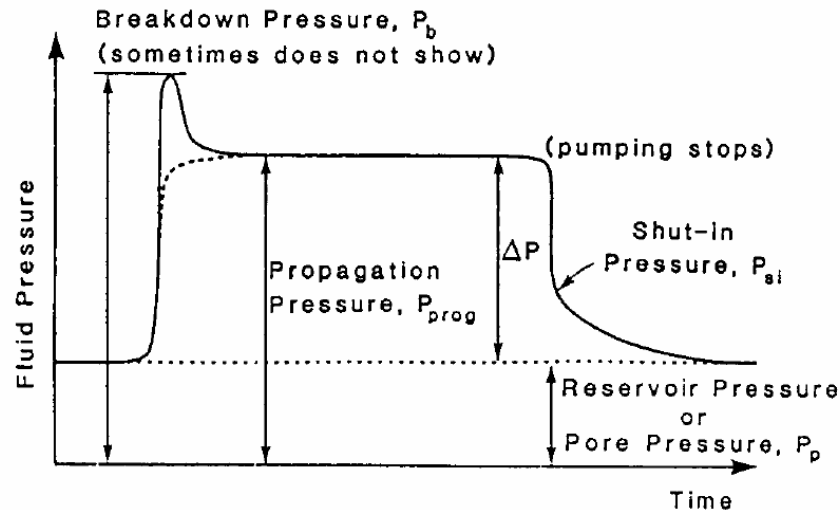


Figura (2) – Gráfico representativo da poropressão

Como um poço é geralmente fraturado a grandes profundidades, onde a tensão mínima in-situ está no plano horizontal, a fratura resultante é vertical, cujo plano é perpendicular a esta tensão mínima. Há dois fatores que controlam o crescimento vertical de uma fratura hidráulica: (1) o contraste entre as propriedades do material, e (2) o contraste na distribuição vertical das tensões in-situ. Segundo Warpinski e coautores [5, 6, 7] o contraste entre as tensões in-situ é o fator predominante que influencia o crescimento em altura de fraturas hidráulicas, e que o contraste entre as propriedades, a não ser que muito grande (cinco vezes ou mais), não é um fator dominante na contenção da fratura.

Na literatura encontramos diversos modelos analíticos para modelagem de fraturamento. Entre eles existem dois modelos básicos de altura constante: o modelo de Khristianovic-Geertsma-de Klekr, KGD [9], e o de Perkins-Kern-Nordgren, PKN [10].

Além da hipótese de altura constante, o modelo de Khristianovic-Geertsma-de Klekr (KGD) assume que: (1) a fratura está submetida à condição de deformação plana no plano horizontal; e (2) a extremidade da fratura é pontiaguda conforme formulação proposta por Barenblatt [11]. Esta hipótese remove a singularidade que ocorre na tensão na extremidade da fratura segundo a Teoria da Elasticidade.

Entretanto, o modelo de Perkins-Kern-Nordgren, PKN, assume além da hipótese de altura constante, que: (1) a fratura está submetida à condição de deformação plana no plano vertical e sua seção transversal é elíptica; e (2) a resistência à fratura não tem influência em sua geometria, ou seja, assume-se que o  $K_{IC}$  do meio rochoso é nulo.

Todavia, quando a distribuição vertical da tensão mínima in-situ é uniforme, a fratura hidráulica deve tomar forma circular. Geertsma e de Klerk [9] mostram que as equações que governam as fraturas de altura constante podem ser facilmente convertidas para tratar as fraturas circulares [12].

Dentre os métodos de análise, diversas abordagens empíricas, analíticas e semi-analíticas podem ser empregadas. Tratando-se de um modelo mais complexo, escolhemos como método de análise o método dos Elementos Finitos, devido à variabilidade das propriedades, das tensões iniciais, além da forma da fratura e do número de camadas.

### Modelo 2D de Elementos Finitos

Para poços verticais, a fratura induzida hidráulicamente é uma fratura no plano vertical, perpendicular à mínima tensão in-situ compressiva. Para um estudo inicial, considerou-se um modelo bidimensional de uma seção vertical passando pelo poço na direção da tensão horizontal mínima, como exemplificado na Figura 1 [2].

O modelo é estudado em estado plano de deformações e composto por quatro camadas geológicas, sendo duas camadas capeadoras de siltito e duas camadas de reservatório de arenito, cujas propriedades estão exemplificadas na Tabela 1. A simulação reproduz a injeção de água na camada de reservatório C\_02, empregando o método dos elementos finitos.

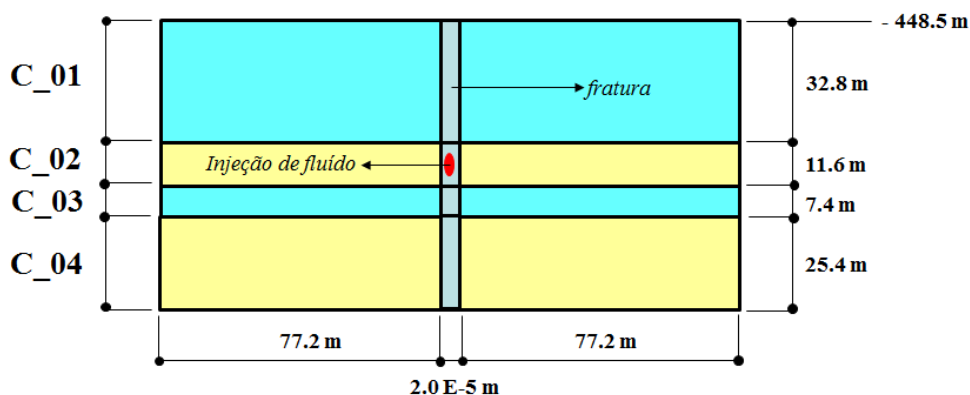


Figura (3) – Representação esquemática da seção analisada. (Todas unidades em metros).

Tabela 1 – Propriedades físicas das camadas.

Camada	Classificação	E	$\nu$	c	$\phi$	$K_0$	$\gamma$	K
		(GPa)		(MPa)	(°)		(kN/m <sup>3</sup> )	(m/s)
C_01	Siltito	2.00	0.20	4.50	27.00	0.92	13.50	
C_02	Arenito	2.00	0.30	1.80	34.00	0.90	13.50	9.6817E-07
C_03	Siltito	2.00	0.20	4.50	27.00	0.92	13.50	
C_04	Arenito	2.00	0.30	1.80	34.00	0.90	13.50	9.6817E-07

O programa Abaqus [1] se mostrou uma ferramenta versátil de extrema importância na simulação do modelo, devido à facilidade de implementações de sub-rotinas, a discretização do modelo através do método dos elementos finitos, além da facilidade de obtenção dos parâmetros estudados, sendo empregado nesse trabalho para realização das análises acopladas em tensões efetivas.

As camadas geológicas foram discretizadas por elementos quadrilaterais lineares, considerando um comportamento elasto-plástico de Mohr-Coulomb. A fratura foi modelada com elementos coesivos lineares, considerando a lei de dano bilinear irreversível, a qual será mais detalhada na seção subsequente. O fluxo tangencial na fratura é governado pela equação de Reynolds e o fluxo normal é dado em função do coeficiente de filtração da rocha [1,2].

A tensão in-situ inicial foi aplicada com valor constante por camada, estas pressurizadas hidráulicamente. Na discretização foram empregados elementos coesivos com comprimento de 0.2 m e 2E-5 m de espessura. A camada de reservatório C\_02 foi submetida a um fluxo constante de água. A fratura encontra-se inicialmente selada, sem condução de fluxo tangencial, com exceção do trecho de injeção de fluxo. Quando o elemento coesivo atinge um valor de abertura limite (espessura da fratura), os fluxos tangencial e normal são iniciados, propagando a fratura na direção vertical.

À medida que a tensão normal em cada elemento coesivo atinge a tensão máxima de tração da rocha ( $\sigma_{m\acute{a}x}$ ), inicia-se a redução da resistência à tração da fratura até sua anulação. Ao fim desta etapa, a energia de deformação da fratura se iguala à energia de fraturamento do material, esta calculada em função da tenacidade ( $K_{IC}$ ).

### Modelo de Dano

No Abaqus, o elemento coesivo é usado para simular o fraturamento da rocha. A resposta constitutiva deste elemento é descrita em termos da lei tensão trativa - abertura (*traction-separation law*) (Figura 4). Esta lei define tanto o critério de abertura quanto o critério de propagação da fratura.

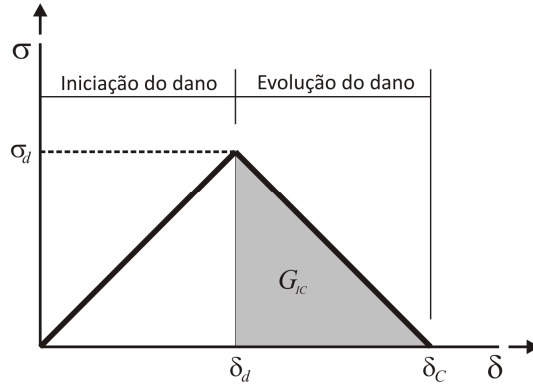


Figura 4 – Modelo de dano bilinear irreversível.

Na Figura 4, o eixo das abscissas ( $\delta$ ) refere-se ao deslocamento efetivo máximo entre o topo e a base do elemento coesivo e o eixo das ordenadas ( $\sigma$ ) refere-se à máxima tensão nominal do mesmo, sendo que,

$$\delta = \sqrt{\delta_n^2 + \delta_s^2}, \quad (2)$$

$$\sigma = \max \left\{ \frac{\sigma_n}{\sigma_n^0}, \frac{\sigma_s}{\sigma_s^0} \right\}. \quad (3)$$

onde  $\sigma_n$  e  $\sigma_s$  dependem do tipo da rocha e representam, respectivamente, as tensões normal e de cisalhamento suportadas pelo material;  $\sigma_n^0$  e  $\sigma_s^0$  representam as tensões normais e de cisalhamento atuantes nas correspondentes direções;  $\delta_n$  e  $\delta_s$  representam, respectivamente, os deslocamentos relativos normal e tangencial dos nós do elemento. Estas grandezas também são indicadas na Figura 5.

A resposta inicial do elemento coesivo, linear como se observa na Figura 4, é governada por sua rigidez inicial  $K_n$ . A abertura limite  $\delta_d$  alcançada neste regime, marca o início do dano do elemento, o qual está associado à máxima tensão de tração  $\sigma_d$  suportada pela rocha. Logo,

$$K_n = \frac{\sigma_d}{\delta_d}, \quad (4)$$

ou ainda,

$$[(\delta_c - \delta_d)\sigma_d] \delta_d K_n = \sigma_d [(\delta_c - \delta_d)\sigma_d]. \quad (5)$$

Após o início do dano, a resistência à tração da rocha decai linearmente com a abertura da fratura, até atingir o valor crítico  $\delta_c$ , a partir do qual a resistência da rocha à tração é nula.

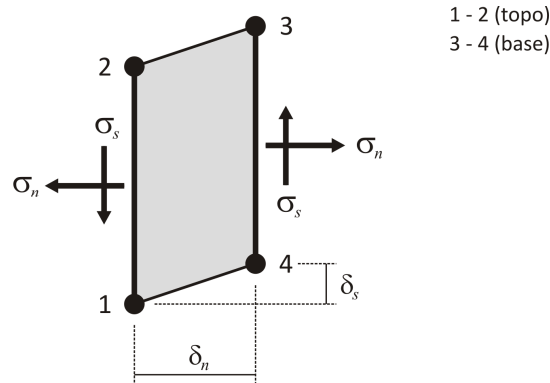


Figura 5 – Elemento coesivo bidimensional com resposta *traction-separation*.

O critério de abertura do elemento é governado pela energia de fraturamento da rocha  $G_{IC}$ , que é igual à área sob a curva de dano da rocha, ou seja,

$$G_{IC} = \frac{K_{IC}^2 (1 - \nu^2)}{E} = \frac{(\delta_c - \delta_d) \sigma_d}{2} \quad (6)$$

onde,  $E$  é o módulo de Young,  $\nu$  o coeficiente de Poisson e  $K_{IC}$  a tenacidade da rocha.

Conhecidas as propriedades mecânicas da rocha, obtêm-se na Equação 6, o valor da abertura crítica, isto é,

$$\delta_c = \frac{2G_{IC}}{\sigma_d} + \delta_d, \quad (7)$$

e substituindo a Equação 6 na Equação 5 chega-se a uma equação que relaciona ambos os critérios. Assim,

$$\begin{aligned} 2G_{IC} \delta_d K_n &= \sigma_d^2 [(\delta_c - \delta_d)], \\ 2G_{IC} K_n &= \frac{\sigma_d^2 \delta_c}{\delta_d} - \sigma_d^2, \\ 2G_{IC} K_n &= \sigma_d^2 \left( \frac{1 - (\delta_d / \delta_c)}{(\delta_d / \delta_c)} \right), \\ 2G_{IC} K_n &= \sigma_d^2 \beta, \\ K_n &= \frac{\sigma_d^2 \beta}{2G_{IC}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Com base na equação geral do modelo de dano, Equação 9, realizamos algumas substituições para obtermos a rigidez inicial ( $K_n$ ) e a abertura da fratura ( $\delta_d$ ) em função dos parâmetros de estudo, tensão máxima de tração ( $\sigma_d = \sigma_{m\acute{a}x}$ ) e tenacidade ( $K_{IC}$ ). Sendo assim

substituindo-se a Equação 6 na Equação 8, temos que:

$$K_n = \left( \frac{\sigma_d^2 \beta}{2} \right) \left( \frac{E}{K_{IC} (1-\nu)^2} \right) \quad (9)$$

Todavia, substituindo a Equação 8 na Equação 2, temos que:

$$\delta_d = \left( \frac{2}{\sigma_d \beta} \right) \left( \frac{K_{IC}^2 (1-\nu)^2}{E} \right) \quad (10)$$

Da Equação 8 deduz-se que pequenos valores de  $\beta$  resultam em elementos coesivos de baixa rigidez inicial, próprios para representar o comportamento de rochas dúcteis. Em contrapartida, valores grandes de  $\beta$  resultam em elementos com elevada rigidez inicial, próprios para representar o comportamento de rochas frágeis.

Enquanto o processo de fraturamento hidráulico é induzido, forma-se na ponta da fratura uma região de plastificação cujas dimensões dependem muito da ductilidade da rocha.

### Fluxo através da falha

No Abaqus, o fluxo tangencial ( $q_t$ ) e normal ( $q_n$ ), ilustrados na Figura 6, podem ser definidos separadamente no modelo de fluxo. Tomando inicialmente o fluxo tangencial, ele pode ser definido como,

$$q_t = -\frac{k_t \nabla p}{d}, \quad (11)$$

onde,  $k_t$  é a permeabilidade tangencial ou a resistência ao fluxo tangencial do fluido,  $\nabla p$  é o gradiente de poro pressão ao longo do elemento coesivo e  $d$  é a abertura do elemento coesivo. A permeabilidade tangencial, por sua vez, pode ser obtida por meio da equação de Reynold, ou seja,

$$k_t = \frac{d^3}{12\mu}, \quad (12)$$

sendo,  $\mu$  a viscosidade dinâmica do fluido. Já a abertura do elemento coesivo obedece à seguinte relação,

$$d = (t_{corr} - t_{orig}) + g_{inic}, \quad (13)$$

na qual,  $t_{corr}$ ,  $t_{orig}$  e  $g_{inic}$  são, respectivamente, a espessura corrente, a espessura original e a abertura inicial do elemento coesivo. Uma vez que  $t_{orig} = g_{inic}$ , a Equação 13 reduz-se a

$$d = t_{corr}. \quad (14)$$

O fluxo normal é definido através do coeficiente de filtração do material (*leakoff*) ( $c$ ), isto é,

$$q_n = c(p_i - p_s), \quad (15)$$

onde,  $p_i$  e  $p_s$  são, respectivamente, a poro pressão medida no interior e nas faces do elemento coesivo.

O coeficiente de filtração está associado à “permeabilidade do material” ou à “resistência ao fluxo normal do fluido” e regula a quantidade de fluxo que passa pelas paredes do elemento coesivo. Em outras palavras, o coeficiente de filtração simula a formação do reboco nas paredes do elemento coesivo, logo, quanto menor o coeficiente de filtração menor será o fluxo que passa através das paredes do elemento coesivo.

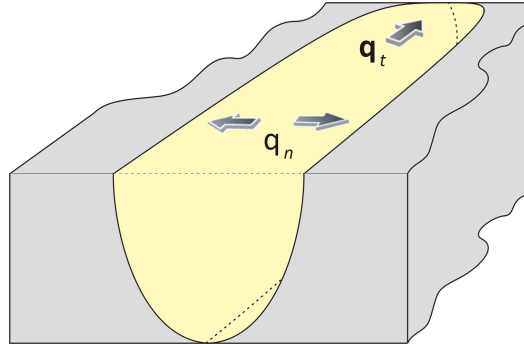


Figura 6 – Fluxo tangencial e normal através do elemento coesivo.

É extremamente importante garantir a correspondência entre o coeficiente de filtração ( $c$ ) e a permeabilidade ( $\bar{K}$ ) dos elementos contínuos vizinhos aos elementos coesivos. Caso contrário, problemas de condicionamento podem ocorrer nas matrizes dos elementos coesivos, as quais são antimétricas, e levar a resultados irreais.

Na tabela (2), mostra-se a correspondência direta entre os parâmetros apresentados nas Equações 11 a 15.

Tabela 2 - Relação entre os parâmetros que definem o fluxo.

$c$	<b>Coefficiente de filtração maior</b>	↑
$q_n$	Fluxo normal maior	↑
$d$	Abertura da falha menor	↓
$k_t$	Permeabilidade tangencial menor	↓
$ q_t $	Fluxo tangencial menor	↓
$h$	Altura da falha menor	↓

Cabe ressaltar ainda que, quando o elemento coesivo está fechado, a continuidade da poropressão é forçada a partir da poro pressão medida nos elementos contínuos vizinhos a ele.

### Resultados e discussão

A fim de estudar a influência da resistência à tração da rocha,  $\sigma_{m\acute{a}x}$ , e da tenacidade,  $K_{IC}$ , no fraturamento hidráulico do reservatório de interesse, conduziu-se uma análise paramétrica. Os valores de  $\sigma_{m\acute{a}x}$  foram adotados como porcentagens da coesão do material rochoso, variando de 5% a 20%. Adotou-se para  $K_{IC}$  valores  $0.5 \text{ kPa(m)}^{1/2}$  e  $1.0 \text{ kPa(m)}^{1/2}$ . Assim sendo foram realizadas seis análises, sendo estas:

- $\sigma_{m\acute{a}x} = 90 \text{ kPa}$  (5% da coesão) e  $K_{IC} = 0.5 \text{ kPa(m)}^{1/2}$ ;
- $\sigma_{m\acute{a}x} = 90 \text{ kPa}$  (5% da coesão) e  $K_{IC} = 1.0 \text{ kPa(m)}^{1/2}$ ;
- $\sigma_{m\acute{a}x} = 180 \text{ kPa}$  (10% da coesão) e  $K_{IC} = 0.5 \text{ kPa(m)}^{1/2}$ ;
- $\sigma_{m\acute{a}x} = 180 \text{ kPa}$  (10% da coesão) e  $K_{IC} = 1.0 \text{ kPa(m)}^{1/2}$ ;



- $\sigma_{m\acute{a}x} = 360 \text{ kPa}$  (20% da coes\~{a}o) e  $K_{IC} = 0.5 \text{ kPa(m)}^{1/2}$ ;
- $\sigma_{m\acute{a}x} = 360 \text{ kPa}$  (20% da coes\~{a}o) e  $K_{IC} = 1.0 \text{ kPa(m)}^{1/2}$ .

A partir do modelo de dano, adotando  $\sigma_d = \sigma_{m\acute{a}x}$ , foi poss\~{i}vel verificar na teoria a influ\~{e}ncia dos par\~{a}metros de resist\~{e}ncia \~{a} fratura nas caracter\~{i}sticas geom\~{e}tricas da fratura. Tendo em vista a Equa\~{c}\~{a}o 8, \~{e} poss\~{i}vel afirmar que a rigidez inicial do material rochoso ( $K_n$ ) \~{e} inversamente proporcional ao quadrado da tenacidade ( $K_{IC}$ ), enquanto a abertura da fratura ( $\delta_d$ ), vide Equa\~{c}\~{a}o 9, \~{e} diretamente proporcional ao quadrado da tenacidade. Portanto, quando mantemos  $\sigma_{m\acute{a}x}$  constante e elevamos o valor de  $K_{IC}$ , temos que a rigidez diminui e a abertura aumenta, a qual \~{e} poss\~{i}vel identificar atrav\~{e}s dos gr\~{a}ficos de poropress\~{a}o a seguir (Figuras 7, 8, 9). Visto que no caso da tenacidade mais elevada temos uma poropress\~{a}o de quebra mais elevada, por\~{e}m requerendo mais tempo para ser atingida, definido assim uma abertura maior para uma pequena rigidez.

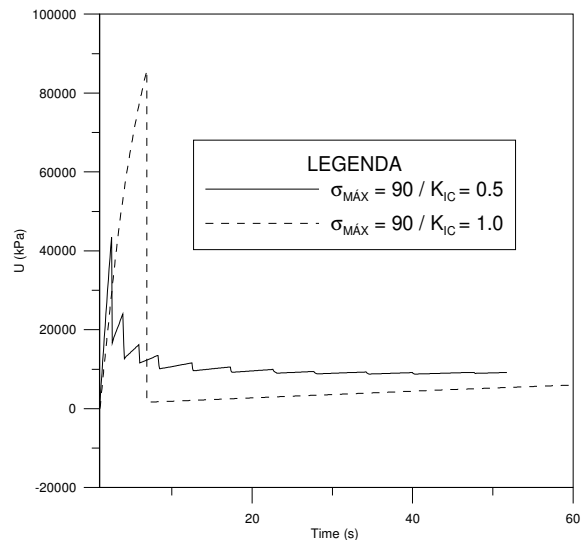


Figura (7) – Gráfico de poropress\~{a}o com  $\sigma_{m\acute{a}x}$  igual a 90 kPa.

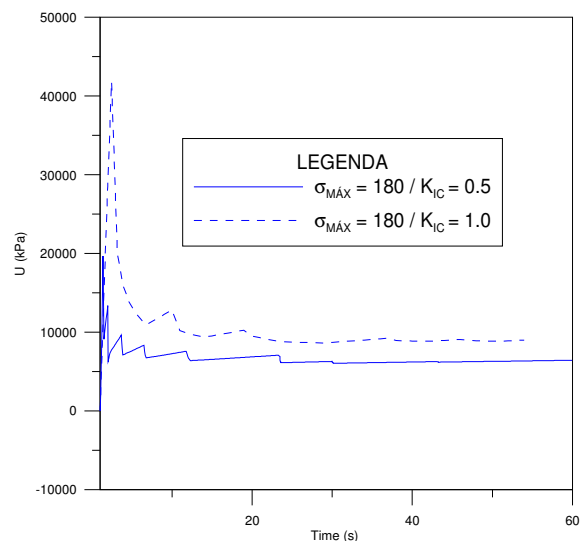


Figura (8) – Gráfico de poropress\~{a}o com  $\sigma_{m\acute{a}x}$  igual a 180 kPa.

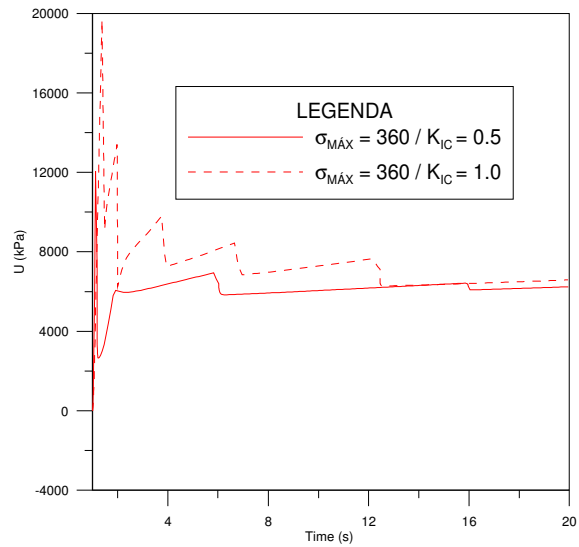


Figura (9) – Gráfico de poropressão com  $\sigma_{máx}$  igual a 360 kPa.

Todavia quando mantemos a tenacidade constante, e elevamos a tensão máxima, observamos um aumento da rigidez inicial e uma diminuição da abertura da fratura, tendo em vista as Equações 8 e 9 respectivamente, o qual também pode ser comprovado a partir dos gráficos de poropressão (Figuras 10 e 11). Sendo assim teremos uma poropressão de quebra mais baixa num menor intervalo de tempo.

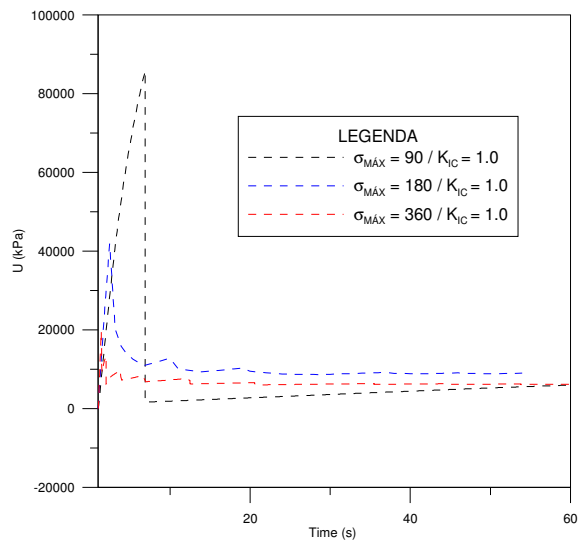


Figura (10) – Gráfico de poropressão com  $K_{IC}$  igual a  $1.0 \text{ kPa(m)}^{1/2}$ .

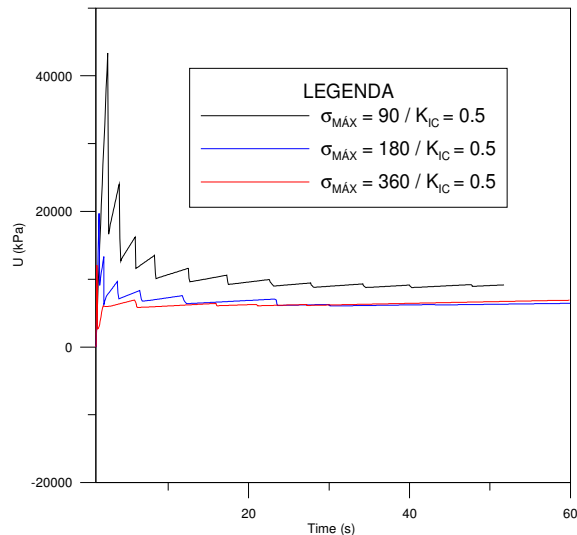


Figura (11) – Gráfico de poropressão com  $K_{IC}$  igual a  $0.5 \text{ kPa(m)}^{1/2}$ .

Com base nos resultados das análises paramétricas, pode-se afirmar que para uma máxima tensão de tração constante, quanto maior a tenacidade, maior a poropressão de quebra. Entretanto, quando mantem-se a tenacidade constante e eleva-se a máxima tensão de tração, observamos uma diminuição da poropressão de quebra. A tabela (3), gerada a partir dos gráficos de poropressão (Figs. 10, 11), reforça esses comentários.

Tabela (3) – Poropressão de quebra

PORPRESSÃO DE QUEBRA	
$\sigma_{m\acute{a}x} = 90 \text{ kPa} / K_{IC} = 0.5 \text{ kPa(m)}^{1/2}$	43370 kPa
$\sigma_{m\acute{a}x} = 90 \text{ kPa} / K_{IC} = 1.0 \text{ kPa(m)}^{1/2}$	85870 kPa
$\sigma_{m\acute{a}x} = 180 \text{ kPa} / K_{IC} = 0.5 \text{ kPa(m)}^{1/2}$	19690 kPa
$\sigma_{m\acute{a}x} = 180 \text{ kPa} / K_{IC} = 1.0 \text{ kPa(m)}^{1/2}$	41830 kPa
$\sigma_{m\acute{a}x} = 360 \text{ kPa} / K_{IC} = 0.5 \text{ kPa(m)}^{1/2}$	12060 kPa
$\sigma_{m\acute{a}x} = 360 \text{ kPa} / K_{IC} = 1.0 \text{ kPa(m)}^{1/2}$	19690 kPa

Verifica-se ainda que os parâmetros de resistência estudados, não interferem na poropressão de propagação, visto que no gráfico da Figura 12, ambas as curvas tendem a um mesmo valor constante, apesar de obtermos, a partir da tabela, uma variação de 3 MPa, o que para grandes profundidades é um valor desprezível.

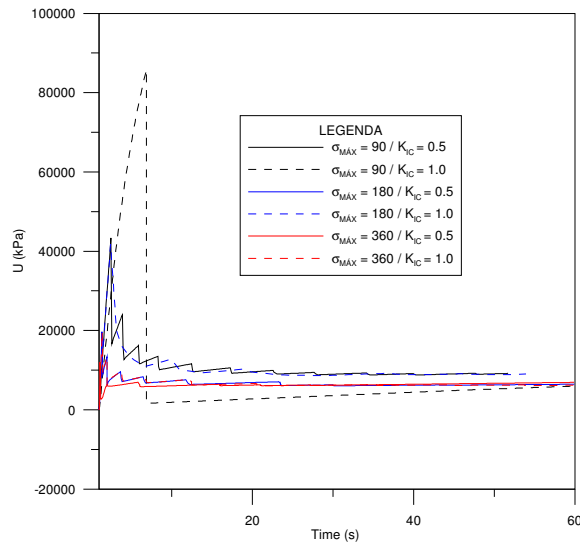


Figura (12) – Gráfico de poropressão.

Tabela (4) – Poropressão de propagação

<b>PORPRESSÃO DE PROPAGAÇÃO</b>	
$\sigma_{máx} = 90 \text{ kPa} / K_{IC} = 0.5 \text{ kPa(m)}^{1/2}$	9132 kPa
$\sigma_{máx} = 90 \text{ kPa} / K_{IC} = 1.0 \text{ kPa(m)}^{1/2}$	7467 kPa
$\sigma_{máx} = 180 \text{ kPa} / K_{IC} = 0.5 \text{ kPa(m)}^{1/2}$	6903 kPa
$\sigma_{máx} = 180 \text{ kPa} / K_{IC} = 1.0 \text{ kPa(m)}^{1/2}$	9186 kPa
$\sigma_{máx} = 360 \text{ kPa} / K_{IC} = 0.5 \text{ kPa(m)}^{1/2}$	7014 kPa
$\sigma_{máx} = 360 \text{ kPa} / K_{IC} = 1.0 \text{ kPa(m)}^{1/2}$	6081 kPa

Podemos verificar através dos gráficos de altura e abertura (Figs. 13 e 14) a influência dos parâmetros de rigidez na geometria da fratura. É possível afirmar que para uma tensão máxima de tração constante, quanto maior a tenacidade, mais a fratura se propaga lateralmente, conseqüentemente maior será a abertura da mesma, e menor a altura da fratura. Este fenômeno é mais evidente em casos envolvendo rochas mais dúcteis, no nosso modelo com tensão máxima de tração equivalente a 90 kPa.

Já para os demais casos onde encontramos rochas mais frágeis este fator é menos perceptível. Pode-se concluir que a abertura da fratura está inversamente ligada a altura, quanto maior a abertura menor a altura, mais a fratura se propaga lateralmente.

Todavia, para tenacidade constante, observa-se que quanto maior a tensão máxima de tração menor a abertura e maior a altura, o que está de acordo com a teoria.

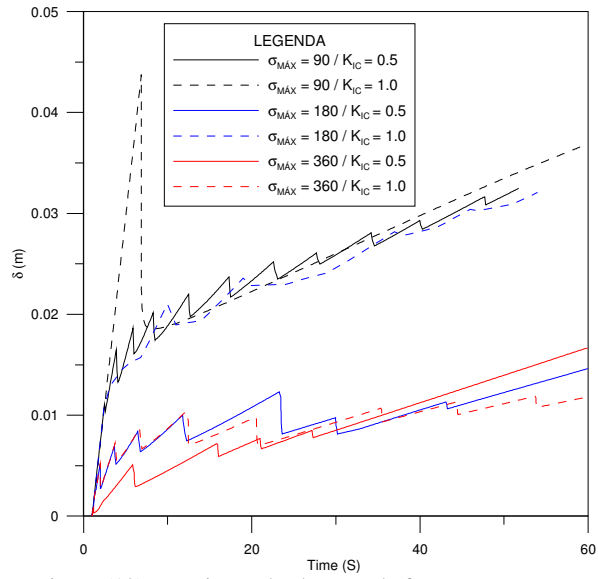


Figura (13) – Variação da abertura da fratura no tempo.

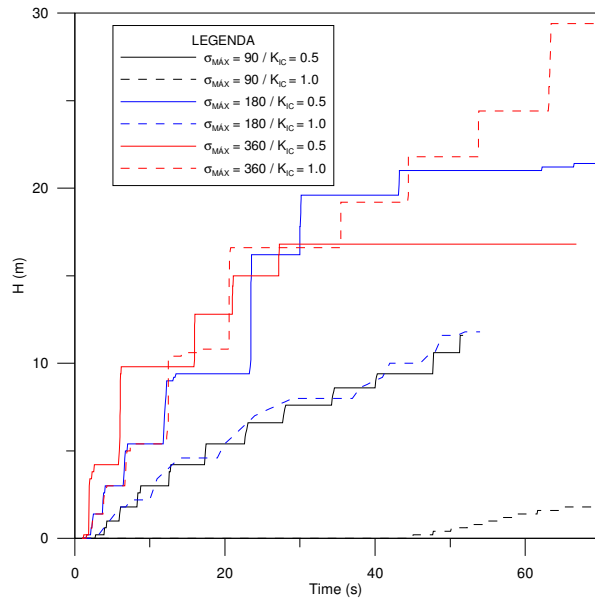


Figura (14) – Variação da altura da fratura no tempo.

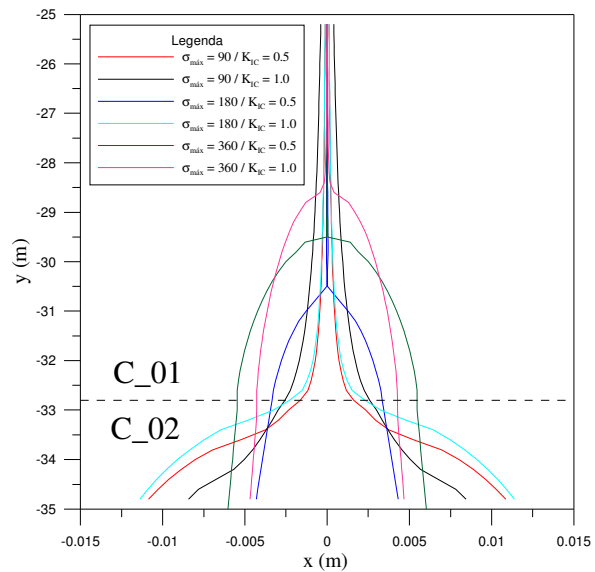


Figura (15) – Geometria da fratura no tempo equivalente à 45s.

## Conclusão

A simulação reproduz a injeção de água em uma das camadas de reservatório empregando o método dos elementos finitos. O modelo foi estudado em estado plano de deformações, e é composto por quatro camadas geológicas, sendo duas camadas capeadoras de siltito e duas camadas de reservatório de arenito.

O estudo paramétrico permitiu um maior entendimento da influência das propriedades de resistência à fratura ( $\sigma_{m\acute{a}x}$  e  $K_{IC}$ ) nas características geométricas da fratura e nas pressões de fundo de poço, de quebra e de propagação.

Portanto, a partir do modelo de dano, mantida a tensão máxima de tração ( $\sigma_{m\acute{a}x}$ ) constante, quando elevamos a tenacidade ( $K_{IC}$ ), observamos que a rigidez inicial ( $K_n$ ) diminui enquanto a abertura ( $\delta_d$ ) aumenta, porém, quanto maior a abertura ( $\delta_d$ ) menor a altura (H).

Os resultados mostraram que no tempo, quanto maior a tensão máxima de tração ( $\sigma_{m\acute{a}x}$ ), a ponta da fratura tende a ser circular, contudo a influência da tenacidade ( $K_{IC}$ ) não é significativa neste comportamento, quando comparado com a tensão máxima de tração.

O programa Abaqus mostrou-se uma ferramenta versátil para modelagem de fraturamento hidráulico em poços verticais, fornecendo resultados satisfatórios. O modelo bidimensional teve um papel importante como passo inicial para a compreensão da simulação deste tipo de problema. Uma melhor modelagem do problema pode ser obtida com o emprego de modelos tridimensionais em elementos finitos e será investigada em etapa posterior do estudo.

## Referências

- 1 - ABAQUS Software, version 6.7. [S.I.]: **DS Simulia**, 2007. Programa e documentação.
- 2 - CARVALHO, E. C. et al. Finite Element Modeling of Hydraulic Fracturing in Vertical Wells. **Mecânica Computacional**, v. XXIX, p. 8571-8578, 2010.
- 3 - ECONOMIDES, J. M., NOLTE, G. K., **Reservoir simulation**. 3. ed. England, June 9, 2000. 856p.
- 4 - ZHANG, G. M. et al.. Three dimensional finite element simulation and parametric study for horizontal well hydraulic fracture. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, v. 72, p. 310-317, 2010.
- 5 – WARPINSKI, N. R., SCHMIDT, R. A. e NORTHROP, D. A. (1980), “In-situ Stress: The Predominant Influence on Hydraulic Fracture Containment”, SPE/DOE 8932, 1980 SPE/DOE **Symposium on Unconventional Gas Recovery**, Pittsburgh, PA, maio.
- 6 - WARPINSKI, N. R., CLARCK, J. A., SCHMIDT, R. A. e HUDDLE, C. W. (1982), “Laboratory Investigation on the Effect of In-situ Stress on Hydraulic Fracture Containment”, **Society of Petroleum Engineers Journal**, June, pp. 333-340.
- 7 – TEUFEL, L. W. e CLARCK, J. A. (1981). “Hydraulic Fracture Propagation in Layered Rock Experimental Studies of Fracture Containment”, SPE/DOE 9878, 1981 SPE/DOE **Low Permeability Reservoir Symposium in Denver**, CO, abril.
- 8 – TIMOSHENKO, S. e GOODIER, N. J. (1951) Theory of Elasticity, 2º ed. **McGraw Hill**, New York.

9 – GEERTSMA, J. e KLERK, F. (1969), “A Rapid Method of Predicting Width and Extent of Hydraulically Induced Fracture”, **Journal of Petroleum Technology**, vol. 21, no.12, p. 1571-1581.

10 – NORDGREN, R. P. (1972), “Propagation of Vertical Hydraulic Fracture”, **Society of Petroleum Engineers Journal**, vol. 12, p. 306-314.

11 – BARENBLATT, G. I. (1962), “ The Mathematical Theory of Equilibrium Cracks in Brittle Materials”, **Advanced in Applied Mechanics**, vol. 7, ed. DRYDEN, H. L. e VON KARMAN, T., Academic Press, New York.

12 – YEW, C. H., **Mechanics of hydraulic fracturing**. Houston, Texas, 1997. 125p.